

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«Самарский государственный технический университет»
Филиал федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего
образования «Самарский государственный технический университет»
в г. Белебее Республики Башкортостан



УТВЕРЖДАЮ
Директор филиала ФГБОУ ВО «СамГТУ»
в г. Белебее Республики Башкортостан

Д.М. Инаходова
2020 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Б1.Б.02.01 Математика

Направление подготовки (специальность)	38.03.02 Менеджмент
Направленность (профиль)	Экономика и управление на предприятиях топливно-энергетического комплекса
Квалификация	Бакалавр
Форма обучения	Заочная
Выпускающая кафедра	Строительство
Кафедра-разработчик	Строительство

Курс	Час. /з.е.	Лекции, час.	Лаб.раб, час.	Практ. зан., час.	КСР	СРС	Контроль	Форма контроля
1	216/6	4		6	6	196	4	Зачет
1	216/6	4		6	6	191	9	Экзамен
2	144/4	4		4	4	128	4	Зачет
Итого	216/6	4		6	6	196	4	Зачет, экзамен, зачет

Рабочая программа дисциплины (РПД) разработана в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки 38.03.02 «Менеджмент», профилю подготовки «Экономика и управление на предприятиях топливно-энергетического комплекса», утвержденного приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 12.01.2016 № 7 и соответствующего учебного плана.

Разработчик РПД:

ст. преподаватель

(должность, степень, ученое звание)



(подпись)

И.А. Попова

(Ф.И.О.)

РПД рассмотрена и одобрена на заседании кафедры Строительство

«25» 06 2020 г., протокол № 6.

Заведующий кафедрой



(подпись)

М.Е. Сапарёв

(Ф.И.О.)

Руководитель образовательной программы



(подпись)

О.В. Валеева

(Ф.И.О.)

СОДЕРЖАНИЕ

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы	4
2. Место дисциплины (модуля) в структуре образовательной программы	4
3. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества академических часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся.....	5
Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий	5
4.1. Содержание лекционных занятий.....	5
4.2. Содержание практических занятий.....	8
4.3. Содержание самостоятельной работы.....	9
5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)	11
6. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине (модулю)	12
7. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля).....	12
8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины (модуля)	13
9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля).....	13
10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационно-справочных систем.....	14
11. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю).....	15
Дополнения и изменения к рабочей программе дисциплины (модуля).....	16
Фонд оценочных средств	17
1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы.....	18
2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания.	18
3. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующие процесс формирования компетенций в ходе освоения образовательной программы	20
4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций.	38
Аннотация рабочей программы дисциплины (модуля)	39

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Таблица 1

№ п/п	Планируемые результаты освоения (код и наименование компетенции)	Планируемые результаты обучения (знания, умения, навыки)
Общекультурные		
1.	ОК-6 Способность к самоорганизации и самообразованию	<p>Знать: З 1(ОК-6) –I содержание процессов самоорганизации и самообразования, их особенностей и технологий реализации, исходя из целей совершенствования профессиональной деятельности.</p> <p>Уметь: У 1(ОК-6) –I планировать цели и устанавливать приоритеты при выборе способов принятия решений с учетом условий, средств, личностных возможностей и временной перспективы достижения; осуществления деятельности. У 2(ОК-6) –I самостоятельно строить процесс овладения информацией, отобранной и структурированной для выполнения профессиональной деятельности.</p> <p>Владеть: В 1(ОК-6) –I приемами саморегуляции эмоциональных и функциональных состояний при выполнении профессиональной деятельности. В 2(ОК-6) –I технологиями организации процесса самообразования; приемами целеполагания во временной перспективе, способами планирования, организации, самоконтроля и самооценки деятельности.</p>

2. Место дисциплины (модуля) в структуре образовательной программы

Дисциплина «Математика» относится к дисциплинам базовой части блока Б.1.Б.02 учебного плана по направлению подготовки 38.03.02 «Менеджмент», профилю подготовки «Экономика и управление на предприятиях топливно-энергетического комплекса».

В таблице 2 приведены предшествующие и последующие дисциплины, направленные на формирование компетенций дисциплины в соответствии с матрицей компетенций ОП.

Таблица 2

№ п/п	Код и наименование компетенции	Предшествующие дисциплины	Последующие дисциплины
Общекультурные			
1	ОК-6 Способность к самоорганизации и самообразованию.	Концепции современного естествознания. История	Концепции современного естествознания. История. Философия. Социология.. Учебная практика: практика по получению первичных профессиональных умений и навыков. Производственная практика: практика по получению профессиональных умений и опыта профессиональной деятельности. Производственная практика: преддипломная практика.

3. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества академических часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся

Таблица 3

Вид учебной работы	Всего часов	Курс 1		Курс 2
		Семестр 1	Семестр 2	Семестр 1
Аудиторная контактная работа (всего)*	28	10	10	8
в том числе:	12	4	4	4
лекционные занятия (ЛЗ)*				
практические занятия (ПЗ)*	16	6	6	4
Внеаудиторная контактная работа: КСР	16	6	6	4
Самостоятельная работа (всего)	515	196	191	128
в том числе:	75	25	25	25
подготовка к ПЗ				
выполнение контрольной работы	132	52	50	30
самостоятельное изучение материала	147	52	60	35
подготовка к экзамену / зачёту	161	67	56	38
Контроль	17	4	9	4
ИТОГО: час.	576	216	216	144
ИТОГО: з.е.	16			4

Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

Таблица 4

№ раздела	Наименование раздела дисциплины	Виды учебной нагрузки и их трудоемкость, часы					
		ЛЗ	ПЗ	КСР	СРС	Контроль	Всего часов
1	Линейная алгебра. Векторная алгебра	2	2	-	89	-	93
2	Аналитическая геометрия Введение в математический анализ	2	4	-	90	-	96
3	Дифференциальное исчисление Интегральное исчисление	2	2	-	104	-	108
4	Дифференциальные уравнения Ряды	2	4	-	104	-	110
5	Теория вероятностей	2	2		64		68
6	Статистика	2	2		64		68
1-6	Контактная внеаудиторная работа.	-	-	16		-	16
1-6	Подготовка к экзамену/ зачёту	-	-	-		17	17
Итого:		12	16	16	515	17	576

4.1. Содержание лекционных занятий

Таблица 5

№ ЛЗ	№ раздела	Тема лекционных занятий и перечень дидактических единиц	Количество часов*
1 курс (1 семестр)			
1	1	Тема 1.1. Введение. Предмет математики. Роль математических моделей в процессе познания. Определители 2 и 3 порядков. Основные свойства, минор и алгебраическое дополнение. Понятие об определителе n-порядка и его вычисление. Системы линейных уравнений. Метод Крамера. Матрицы. Их виды. Алгебра матриц. Обратная матрица. Теорема	2

		<p>существования, и единственности обратной матрицы. Решение систем линейных уравнений с помощью обратной матрица. Ранг матрицы. Теорема Кронекера-Капелли. Метод Гаусса.</p> <p>Тема 1.2. Векторы. Скалярное произведение. Свойства и вычисление. Векторное произведение. Свойства и вычисление. Геометрический и механический смысл векторного произведения. Условия коллинеарности векторов. Смешанное произведение. Свойства и вычисление. Компланарность векторов.</p>	
2	2	<p>Тема 2.1 Уравнение плоскости, проходящей через данную точку с заданным вектором нормали. Общее уравнение плоскости. Угол между плоскостями. Условия параллельности и перпендикулярности плоскостей. Тема Прямая в пространстве и на плоскости. Векторное, канонические и параметрические уравнения прямой. Канонические уравнения кривых второго порядка</p> <p>Тема 2.2. Предел функции одной и нескольких переменных. Понятие БМ и ББ величин, ограниченной и отделимой от нуля величин, их свойства. Простейшие свойства пределов. Сравнение БМ и ББ. Свойства эквивалентных БМ и ББ величин Предельный переход в неравенстве. Признаки существования пределов. Первый и второй замечательные пределы. Непрерывность отображения и числовой функции одной и нескольких переменных. Односторонние пределы функции в точке. Точки разрыва функции и их классификация. Свойства функций, непрерывных в точке и на отрезке.</p>	2
Итого за семестр:			4
1 курс (2 семестр)			
3	3	<p>Тема 3.1. Дифференциал и производная функции одной переменной. Сводка формул дифференцирования. Применение понятия производной в экономике. Производные и дифференциалы высших порядков функции одной переменной. Свойства функций, дифференцируемых на интервале (теоремы Ролля, Коши, Лагранжа, правило Лопиталя). Полный дифференциал и частные производные функции нескольких переменных. Частные производные сложных функций. Вычисление производных неявных функций одной и нескольких переменных. Производная по направлению, градиент.</p> <p>Тема 3.2 Первообразная и неопределенный интеграл. Оператор интегрирования и его свойства. Таблица основных формул интегрирования. Замена переменных в неопределенном интеграле. Интегрирование по частям. Определенный интеграл. Формула Ньютона-Лейбница. Теорема о производной интеграла по верхнему пределу. Замена переменной в определенном интеграле и интегрирование по частям. Несобственные интегралы с бесконечными пределами и от неограниченных функций. Признаки сходимости несобственных интегралов. Главное значение несобственных интегралов Вычисление двойных и тройных интегралов в декартовой системе координат. Вычисление криволинейных интегралов 1 и 11 рода.</p>	2

4	4	<p>Тема 4.1.Обыкновенные дифференциальные уравнения. Основные понятия. Задача Коши для ДУ первого порядка. Геометрическое толкование ДУ первого порядка и его решений. Уравнения с разделяющимися переменными. Однородные ДУ первого порядка. Интегрирование линейных ДУ первого порядка. Уравнение Бернулли. Интегрирование ДУ в полных дифференциалах. Уравнения высших порядков. Задача Коши. Понятие о краевых задачах. Интегрирование ДУ, допускающих понижение порядка. Примеры физических и экономических задач, приводящих к ДУ. Структура общего решения линейного однородного ДУ. Решение линейных однородных ДУ с постоянными коэффициентами. Структура решения линейного неоднородного ДУ. Линейные неоднородные ДУ с постоянными коэффициентами и с правой частью определенного вида.</p> <p>Тема 4.2.Числовые ряды. Сходимость и сумма ряда. Геометрическая прогрессия. Необходимое условие сходимости ряда. Простейшие действия над рядами: умножение на число, сложение и вычитание. Ряды с положительными членами. Теоремы сравнения. Признаки сходимости Даламбера и Коши. Интегральный признак сходимости ряда. Оценка остатка ряда с помощью интегрального признака Знакопередающиеся ряды. Теорема Лейбница. Знакопеременные ряды. Абсолютная и условная сходимость. Функциональные ряды, область сходимости. Равномерная сходимость. Признак Вейерштрасса. Свойства равномерно сходящихся рядов Степенные ряды. Теорема Абеля. Интервал и радиус сходимости для рядов с действительными членами. Теорема о равномерной сходимости степенного ряда. Теоремы о непрерывности суммы, о по членном интегрировании и дифференцировании степенных рядов. Ряд Тейлора. Теорема о единственности разложения функции в степенной ряд. Достаточные условия разложения функции в ряд Тейлора. Разложение по степеням элементарных функций</p>	2
		Итого за семестр:	4
		Итого за курс:	8
2 курс (1 семестр)			
5	5	<p>Тема 1.1.Теория вероятностей Предмет теории вероятностей. Основные понятия теории вероятностей. Случайные события. Операции над событиями. Статистическое, классическое и аксиоматическое определение вероятности. Геометрические вероятности. Задача выборочного контроля. Теоремы сложения и умножения вероятностей. Формула полной вероятности. Формула Байеса. Схема испытаний и формула Бернулли. Локальная и интегральная формулы Лапласа. Оценка вероятности отклонения относительной частоты от постоянной вероятности. Наивероятнейшее число появлений события. Понятие случайной величины. Дискретная и непрерывная случайная величина. Закон распределения случайной величины. Формы его задания для дискретных и непрерывных случайных величин. Числовые характеристики случайных величин: математическое ожидание, дисперсия, среднеквадратическое отклонение, мода, медиана. Начальные и центральные моменты. Законы распределения дискретных случайных величин: биномиальный, Пуассона, равномерный, показательный. Нормальный закон распределения.</p>	2

		Понятие о законе больших чисел. Теоремы Бернулли и Чебышева. Центральная предельная теорема.	
6	6	Тема 2.1. Математическая статистика Элементы математической статистики. Коллоквиум «Теория вероятностей и математическая статистика»	2
Итого за семестр:			4
Итого за курс:			4

4.2. Содержание практических занятий

Таблица 6

№ ПЗ	№ раздела	Тема практического (семинарского) занятия и перечень дидактических единиц	Количество часов*
1 курс (1 семестр)			
1	1	Тема 1.1. Вычисление определителей 2 и 3 порядков. Решение систем линейных уравнений методом Крамера. Действия с матрицами. Обратная матрица. Решение систем линейных уравнений с помощью обратной матрицы. Ранг матрицы. Решение систем линейных уравнений методом Гаусса. Векторы. Линейные операции над векторами. Скалярное произведение векторов. Векторное и смешанное произведение векторов. Условия коллинеарности и компланарности векторов.	2
2	2	Тема 2.1. Плоскость в пространстве. Условия перпендикулярности и параллельности плоскостей. Прямая на плоскости и в пространстве. Векторное, каноническое и параметрические уравнения прямой. Кривые второго порядка: эллипс, гипербола, парабола. Вычисление пределов. Неопределенности вида: $\left[\frac{\infty}{\infty}\right], \left[\frac{0}{0}\right], [x; -\infty], [0; \infty]$. Вычисление пределов. Неопределенности вида $\left[\frac{\infty}{\infty}\right], \left[\frac{0}{0}\right], \left[\infty \cdot 0\right]$ Первый и второй замечательные пределы. Вычисление пределов с помощью эквивалентных БМ. Непрерывность числовой функции одной переменной. Классификация точек разрыва функции.	4
Итого за семестр:			6
1 курс (2 семестр)			
3	3	Тема 3.1. Вычисление производных числовой функции одной переменной, параметрически заданных функций, неявно заданных функций. Логарифмическое дифференцирование. Вычисление частных производных и полного дифференциала функции нескольких переменных. Вычисление производной сложной функции одной переменной. Вычисление производных и дифференциалов высших порядков одной и нескольких переменных. Исследование функций и построение графиков. Признаки монотонности, экстремум функции. Направление выпуклости графика функции. Точки перегиба, асимптоты. Непосредственное интегрирование. Интегрирование выражений, содержащих квадратный трёхчлен. Интегрирование заменой переменной и по частям. Интегрирование рациональных дробей и иррациональных выражений. Интегрирование тригонометрических функций. Вычисление определенного интеграла. Замена переменной в определённом интеграле. Вычисление определённого интеграла по частям. Вычисление и оценки несобственных интегралов с бесконечными пределами интегрирования. интегралы от разрывных функций. Вычисление кратных интегралов в декартовых и полярных координатах. Вычисление криволинейных интегралов по длине дуги кривой (I рода) и по координатам (II рода)	2
4	4	Тема 4.1. Дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными, однородные уравнения I порядка. Линейные дифференциальные уравнения I порядка. Уравнения	4

		<p>Бернулли. Уравнения в полных дифференциалах. Дифференциальные уравнения высших порядков, допускающие понижение порядка. Линейные однородные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами. Случай действительных различных корней характеристического уравнения. Случай кратных действительных корней. Случай комплексных корней характеристического уравнения. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами и с правой частью специального вида. Метод вариации произвольной постоянной (метод Лагранжа) для решения неоднородного дифференциального уравнения II порядка Числовые ряды с положительными членами. Признаки сходимости: необходимый, сравнения. Достаточные признаки: Даламбера, радикальный признак Коши, интегральный признак. Знакопеременные ряды. Признак Лейбница. Знакопеременные ряды. Абсолютная и условная сходимость. Функциональные ряды. Признак Вейерштрасса равномерной сходимости функционального ряда. Степенные ряды. Теорема Абеля. Нахождение области сходимости степенного ряда. Разложение функций в ряд Тейлора и Маклорена. Применение степенных рядов.</p>	
Итого за семестр:			6
Итого за курс:			12
2 курс (1 семестр)			
5	5	<p>Тема 1.1. Элементы комбинаторики. Перестановки, размещения и сочетания. Случайные события, алгебра событий. Непосредственное вычисление вероятностей. Формула сложения и умножения вероятностей. Тема 1.2. Формула полной вероятности. Формула Бейеса. Законы распределения и числовые характеристики дискретных случайных величин Тема 1.3. Законы распределения и числовые характеристики дискретных случайных величин. Биномиальное распределение. Распределение Пуассона. Теорема Муавра-Лапласа. Тема 1.4. Равномерное и показательное распределения. Нормальное распределение. Функция Лапласа. Закон больших чисел и предельные теоремы</p>	2
6	6	<p>Тема 2.1. Ряды распределения, их характеристики. Оценки параметров распределения: точечные и интервальные. Доверительный интервал и доверительная вероятность. Тема 2.2. Проверка статистических гипотез. Критерии согласия Пирсона и Колмогорова. Тема 2.3. Двумерные случайные величины. Статистика двумерной случайной величины. Теория корреляции.</p>	2
Итого за семестр:			4
Итого за курс:			4

4.3. Содержание самостоятельной работы

Таблица 7

№ раздела	Вид самостоятельной работы и перечень дидактических единиц	Количество часов
1 курс (1 Семестр)		
1	Подготовка к практическому занятию	12
	<p>Линейная алгебра Вычисление определителей 2 и 3 порядков. Решение систем линейных уравнений методом Крамера. Действия с матрицами. Обратная матрица. Решение систем линейных уравнений с помощью обратной матрицы. Ранг матрицы. Решение систем линейных уравнений методом Гаусса.</p>	12

	Векторная алгебра Векторы. Скалярное произведение. Свойства и вычисление. Векторное произведение. Свойства и вычисление. Геометрический и механический смысл векторного произведения. Условия коллинеарности векторов. Смешанное произведение. Свойства и вычисление. Компланарность векторов.	
	Подготовка к практическому занятию	13
2	Вычисление пределов. Аналитическая геометрия Уравнение плоскости, проходящей через данную точку с заданным вектором нормали. Общее уравнение плоскости. Угол между плоскостями. Условия параллельности и перпендикулярности плоскостей. Прямая в пространстве и на плоскости. Векторное, канонические и параметрические уравнения прямой. Канонические уравнения кривых второго порядка Непрерывность отображения и числовой функции одной и нескольких переменных. Односторонние пределы функции в точке. Точки разрыва функции и их классификация. Свойства функций, непрерывных в точке и на отрезке.	13
1-2	Самостоятельное изучение тем разделов	52
1-2	Подготовка к контрольной работе	52
1-2	Подготовка к зачету	67
Итого за 1 семестр		196
1 курс (2 Семестр)		
	Подготовка к практическому занятию	12
3	Уравнения прямой на плоскости и в пространстве; Уравнения плоскости в пространстве. Уравнение прямой в пространстве; Уравнения плоскости в пространстве; Условия параллельности и перпендикулярности прямой и плоскости; Канонические уравнения эллипса, гиперболы, параболы. Вычисление пределов. Первый и второй замечательные пределы. Непрерывность функции. Точки разрыва. Раскрытие неопределенностей при вычислении пределов; Вычисление пределов с помощью эквивалентных величин; Исследование функции на непрерывность; Вычисление производных различных функций Точки разрыва. Вычисление производных числовой функции одной переменной; Вычисление производной параметрически заданных функций; Вычисление частных производных функции нескольких переменных; Вычисление производных сложных функций. Вычисление неопределенных и определенных интегралов Вычисление неопределенных интегралов; Вычисление определенных интегралов; Вычисление кратных интегралов; Вычисление несобственных интегралов; Вычисление криволинейных интегралов	12
4	Подготовка к практическому занятию	13

	Уравнения высших порядков; Задача Коши; Интегрирование дифференциальных уравнений, допускающих понижение порядка; Примеры физических и технических задач, приводящих к дифференциальным уравнениям. Исследование рядов на сходимость Сходимость рядов с положительными членами; Сходимость знакопеременяющихся рядов; Сходимость функциональных и степенных рядов. Область сходимости; Разложение функций в ряд Тейлора Ряд Тейлора; Теорема о единственности разложения функции в степенной ряд; Достаточные условия разложения функции в ряд Тейлора; Разложение по степеням элементарных функций; Приложения рядов: вычисление значений функции, интегралов, решение ДУ.	13
3-4	Самостоятельное изучение тем разделов	60
3-4	Подготовка к контрольной работе	50
3-4	Подготовка к экзамену	56
Итого за 2 семестр		191
Итого за курс:		387
2 курс (1 Семестр)		
5	Подготовка к практическим занятиям по разделу «Теория вероятностей»: - Непосредственное вычисление вероятностей событий; - Формулы сложения и умножения вероятностей; - Формула полной вероятности и формула Байеса; - Законы распределения случайных величин и числовые характеристики.	13
	Самостоятельное изучение отдельных тем и параграфов по разделу «Теория вероятностей»: - Закон больших чисел в форме Бернулли; - Локальные и центральные предельные теоремы; - Теорема Чебышева.	18
6	Подготовка к практическим занятиям по разделу «Элементы математической статистики»: - Числовые характеристики статистического распределения; - Распределение «хи-квадрат». Распределение Стьюдента; - Статистика двумерной случайной величины; - Вычисление корреляционного момента. Статистические оценки корреляционных связей.	12
	Самостоятельное изучение отдельных тем и параграфов по разделу «Математическая статистика»: - Корреляционная зависимость; - Кривые регрессии и их линейное приближение; - Множественный коэффициент корреляции.	17
5-6	Подготовка к контрольной работе по теме «Теория вероятностей и математическая статистика»	30
5-6	Подготовка к зачёту	38
Итого за семестр		128
Итого за курс:		128

5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)

Таблица 8

№ п/п	Автор(ы), наименование, место, год издания (если есть, указать «гриф»)	Ресурс НТБ СамГТУ
1	Бенгина Т.А., Саркисов В.Г., Смирнова Л.Н. Бенгина, Т.А. Модели оптимизации. Математическое программирование, исследование операций : учеб.-метод. пособие / Т. А. Бенгина, В. Г. Саркисов, Л. Н. Смирнова; Самар.гос.техн.ун-т, Высшая математика и прикладная информатика .- 2-е изд., испр. и доп...- Самара, 2018.- 156 с..-	elib.samgtu.ru

	Режим доступа: https://elib.samgtu.ru/getinfo?uid=els_samgtu elib 3268	
2	Евдокимов М.А., Волкова Л.Г., Райков Е.А. Евдокимов, М.А. Введение в математический анализ. Теория множеств. Отображения. Теория пределов. Вычисление пределов. Непрерывность функций : учеб. пособие / М. А. Евдокимов, Л. Г. Волкова, Е. А. Райков; Самар. гос. техн. ун-т, Высшая математика и прикладная информатика. - Самара, 2013. - 140 с. - Режим доступа: https://elib.samgtu.ru/getinfo?uid=els_samgtu elib 870	elib.samgtu.ru
3	Евдокимов М.А., Муратова Л.А., Лиманова Л.В. Сборник задач по высшей математике. Тестовые методы контроля знаний. В 3 томах. Т.3: задачник / Евдокимов М.А., Муратова Л.А., Лиманова Л.В., Самарский государственный технический университет, ЭБС АСВ: 2015. - Режим доступа: https://elib.samgtu.ru/getinfo?uid=els_samgtu iprbooks 91795	elib.samgtu.ru

6. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине (модулю)

Фонд оценочных средств представлен в Приложении 1.

7. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)

Таблица 9

№ п/п	Автор(ы), наименование, место, год издания (если есть, указать «гриф»)	Ресурс НТБ СамГТУ
Основная литература		
1	Корнфельд, С.Г. Двухуровневые задания по высшей математике для студентов I курса : учеб.-метод. пособие / С. Г. Корнфельд; Самар. гос. техн. ун-т, Прикладная математика и информатика. - 2-е изд. - Самара, 2013. - 92 с. - Режим доступа: https://elib.samgtu.ru/getinfo?uid=els_samgtu elib 897	elib.samgtu.ru
2	Бенгина, Т.А. Статистический анализ экспериментальных данных : учеб. пособие / Т. А. Бенгина, В. Г. Саркисов, Л. Н. Смирнова; Самар. гос. техн. ун-т, Высшая математика и прикладная информатика. - Самара, 2017. - 73 с. - Режим доступа: https://elib.samgtu.ru/getinfo?uid=els_samgtu elib 2787	elib.samgtu.ru
3	Кубышкина, С.Н. Введение в анализ. Дифференцирование функций : учеб.-метод. пособие / С. Н. Кубышкина, Е. Ю. Арланова; Самар. гос. техн. ун-т, Прикладная математика и информатика. - Самара, 2015. - 59 с. - Режим доступа: https://elib.samgtu.ru/getinfo?uid=els_samgtu elib 2252	elib.samgtu.ru
4	Евдокимов, М.А. Сборник задач по высшей математике. Тестовые методы контроля знаний : учеб. пособие / М. А. Евдокимов, Л. А. Муратова, Л. В. Лиманова; Самар. гос. техн. ун-т, Высшая математика и прикладная информатика. - Самара, 2015. - 78 с. - Режим доступа: https://elib.samgtu.ru/getinfo?uid=els_samgtu elib 3075	elib.samgtu.ru
5	Евдокимов, М.А. Введение в математический анализ. Теория множеств. Отображения. Теория пределов. Вычисление пределов. Непрерывность функций : учеб. пособие / М. А. Евдокимов, Л. Г. Волкова, Е. А. Райков; Самар. гос. техн. ун-т, Высшая математика и прикладная информатика. - Самара, 2013. - 140 с. - Режим доступа: https://elib.samgtu.ru/getinfo?uid=els_samgtu elib 870	elib.samgtu.ru
6	Евдокимов, М.А. Линейная алгебра и аналитическая геометрия : учеб. пособие / М. А. Евдокимов, Е. Ю. Чекотило; Самар. гос. техн. ун-т, Высшая математика и прикладная информатика. - Самара, 2013. - 291 с. - Режим доступа: https://elib.samgtu.ru/getinfo?uid=els_samgtu elib 871	elib.samgtu.ru
7	Тарасенко, А.В. Обыкновенные дифференциальные уравнения : учеб. пособие / А. В. Тарасенко, И. П. Егорова; Самар. гос. техн. ун-т, Высшая математика. - Самара, 2019. - 94 с. - Режим доступа: https://elib.samgtu.ru/getinfo?uid=els_samgtu elib 3629	elib.samgtu.ru
8	Кубышкина, С.Н. Введение в анализ. Дифференцирование функций : учеб.-метод. пособие / С. Н. Кубышкина, Е. Ю. Арланова; Самар. гос. техн. ун-т, Прикладная математика и информатика. - Самара, 2015. - 59 с. - Режим доступа: https://elib.samgtu.ru/getinfo?uid=els_samgtu elib 2252	elib.samgtu.ru
9	Дифференциальные уравнения в частных производных : метод. указания /	elib.samgtu.ru

	Самар.гос.техн.ун-т, Высшая математика; сост. В. Г. Гумеров [и др.].- Самара, 2018.- 58 с..- Режим доступа: https://elib.samgtu.ru/getinfo?uid=els_samgtu elib 3240	
10	Задания для подготовки к изучению курса высшей математики : учеб.-метод.пособие / Самар.гос.техн.ун-т, Прикладная математика и информатика; сост. С. Г. Корнфельд.- Самара, 2013.- 59 с..- Режим доступа: https://elib.samgtu.ru/getinfo?uid=els_samgtu elib 896	elib.samgtu.ru
Дополнительная литература		
1	Корнфельд, С.Г. Дифференциальные уравнения. Ряды. Теория вероятностей : практикум / С. Г. Корнфельд, Н. Н. Попов; Самар.гос.техн.ун-т, Прикладная математика и информатика.- Самара, 2014.- 101 с..- Режим доступа: https://elib.samgtu.ru/getinfo?uid=els_samgtu elib 2087	elib.samgtu.ru
	Кубышкина, С.Н. Тренировочные тесты по курсу математики. Ч. 1 : учеб.-метод. пособие / С. Н. Кубышкина, Е. Ю. Арланова, Е. А. Тарасова; Самар.гос.техн.ун-т, Прикладная математика и информатика.- Самара, 2018.- 73 с..- Режим доступа: https://elib.samgtu.ru/getinfo?uid=els_samgtu elib 3376	elib.samgtu.ru
	Радченко, В.П. Алгебра и геометрия : сб. задач с решениями / В. П. Радченко, О. С. Афанасьева, Е. В. Небогина; Самар.гос.техн.ун-т, Прикладная математика и информатика.- Самара, 2018.- 103 с..- Режим доступа: https://elib.samgtu.ru/getinfo?uid=els_samgtu elib 3336	elib.samgtu.ru

8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины (модуля)

1. Электронно-библиотечная система IPRbooks (<http://www.iprbookshop.ru/>).
2. Электронно-библиотечная система СамГТУ (<https://elib.samgtu.ru/>)

9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)

1. Методические указания при работе на лекции

До лекции студент должен просмотреть учебно-методическую и научную литературу по теме лекции для того, чтобы иметь представление о проблемах, которые будут подняты в лекции.

Перед началом лекции обучающимся сообщается тема лекции, план, вопросы, подлежащие рассмотрению, доводятся основные литературные источники. Весь учебный материал, сообщаемый преподавателем, должен не просто прослушиваться. Он должен быть активно воспринят, т. е. услышан, осмыслен, понят, зафиксирован на бумаге и закреплен в памяти. Приступая к слушанию нового учебного материала, полезно мысленно установить его связь с ранее изученным. Следя за техникой чтения лекции (акцент на существенном, повышение тона, изменение ритма, пауза и т. п.), необходимо вслед за преподавателем уметь выделять основные категории, законы и определять их содержание, проблемы, предполагать их возможные решения, доказательства и выводы. Осуществляя такую работу, можно значительно облегчить себе понимание учебного материала, его конспектирование и дальнейшее изучение.

2. Методические указания при подготовке и работе на практическом занятии

Практические занятия по дисциплине проводятся в целях выработки практических умений и приобретения навыков в решении профессиональных задач.

Подготовка обучающегося к практическому занятию производится по вопросам, разработанным для каждой темы практических занятий и (или) лекций. В процессе подготовки к практическим занятиям, необходимо обратить особое внимание на самостоятельное изучение рекомендованной литературы.

Работа студентов во время практического занятия осуществляется на основе заданий, которые выдаются обучающимся в начале или во время занятия. На практических занятиях приветствуется активное участие в обсуждении конкретных ситуаций, способность на основе полученных знаний находить наиболее эффективные решения поставленных проблем, уметь находить полезный дополнительный материал по тематике занятий. На практических занятиях обучающиеся должны уметь выработать определенные решения по обозначенной проблеме. В зависимости от сложности предлагаемых заданий, целей занятия, общей подготовки обучающихся преподаватель может подсказать обучающимся алгоритм решения или первое действие, или указать общее направление рассуждений. Полученные результаты обсуждаются с позиций их адекватности или эффективности в рассмотренной ситуации.

3. Методические указания по самостоятельной работе

Организация самостоятельной работы обучающихся ориентируется на активные методы овладения знаниями, развитие творческих способностей, переход от поточного к индивидуализированному обучению с учетом потребностей и возможностей обучающегося.

Самостоятельная работа с учебниками, учебными пособиями, научной, справочной литературой, материалами периодических изданий и Интернета является наиболее эффективным методом получения дополнительных знаний, позволяет значительно активизировать процесс овладения информацией, способствует более глубокому усвоению изучаемого материала. Все новые понятия по изучаемой теме необходимо выучить наизусть.

Самостоятельная работа реализуется:

- - непосредственно в процессе аудиторных занятий;
- - на лекциях, практических занятиях;
- - в контакте с преподавателем вне рамок расписания;
- - на консультациях по учебным вопросам, в ходе творческих контактов, при ликвидации задолженностей, при выполнении индивидуальных заданий и т. д.;
- - в библиотеке, дома, на кафедре при выполнении обучающимся учебных и практических задач.

Эффективным средством осуществления обучающимся самостоятельной работы является электронная информационно-образовательная среда университета, которая обеспечивает доступ к учебным планам, рабочим программам дисциплин (модулей), практик, к изданиям электронных библиотечных систем.

3.1. Методические указания при написании и оформлении реферата

Целью написания рефератов является:

- привитие студентам навыков библиографического поиска необходимой литературы (на бумажных носителях, в электронном виде);
- привитие студентам навыков компактного изложения мнения авторов и своего суждения по выбранному вопросу в письменной форме, научно грамотным языком и в хорошем стиле;
- приобретение навыка грамотного оформления ссылок на используемые источники, правильного цитирования авторского текста;
- выявление и развитие у студента интереса к определенной научной и практической проблематике с тем, чтобы исследование ее в дальнейшем продолжалось в

3.3. Методические указания при написании контрольной работы.

Структура контрольной работы:

- титульный лист,
- содержание контрольной работы,
- основная часть контрольной работы,
- выводы по работе,
- список использованной литературы.

Объем контрольной работы до 15 страниц машинописного текста через 1.5 интервала. В контрольной работе должно быть отражено умение систематизировать, анализировать, обобщать, делать выводы и связывать теоретические знания с практикой. В тексте необходимо выделить основные идеи и предложить собственное отношение к ним, основные положения работы желательно иллюстрировать своими примерами. В тексте необходимо делать ссылки на использованную литературу с указанием страниц. В контрольной работе должны активно использоваться не менее 3 источников.

10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационно-справочных систем

Организовано взаимодействие обучающегося и преподавателя с использованием электронной информационной образовательной среды университета.

Таблица 10

№ п/п	Наименование	Производитель	Способ распространения (лицензионное или свободно распространяемое)
1	Adobe Reader	Adobe Systems Incorporated	свободно распространяемое

2	Текстовый редактор LibreOffice Writer v.6	LibreOffice под лицензией GNU LGPL	лицензионное
3	Средство создания и демонстрации презентаций LibreOffice Impress	LibreOffice под лицензией GNU LGPL	лицензионное
4	Справочно-правовая система «Консультант Плюс»	ООО Региональный Информационный Центр Общероссийской Сети Распространения Правовой Информации КонсультантПлюс	свободно распространяемое

11. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)

1. Лекционные занятия.

Аудитории для лекционных занятий укомплектованы мебелью и техническими средствами обучения, служащими для представления учебной информации большой аудитории (наборы демонстрационного оборудования (проектор, экран, компьютер / ноутбук), учебно-наглядные, учебно-методические пособия, тематические иллюстрации.

2. Практические занятия.

Аудитории для практических занятий укомплектованы специализированной мебелью и техническими средствами обучения (проектор, экран, компьютер/ноутбук).

3. Самостоятельная работа.

Помещения для самостоятельной работы оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и доступом к электронной информационно-образовательной среде СамГТУ:

- библиотека филиала (ауд.9);
- компьютерные классы (ауд.6).

УТВЕРЖДАЮ
Директор филиала ФГБОУ ВО «СамГТУ»
в г. Белебее Республики Башкортостан

_____ Л.М. Инаходова
« ____ » _____ 2020 г.

**Дополнения и изменения к рабочей программе дисциплины (модуля)
Б1.Б.02.01 Математика**

по направлению подготовки 38.03.02 «Менеджмент», профилю подготовки «Экономика и управление на предприятиях топливно-энергетического комплекса»
на 20__/20__ уч.г.

В рабочую программу вносятся следующие изменения:

- 1)
- 2)

Разработчик дополнений и изменений:

_____ (должность, степень, ученое звание) _____ (подпись) _____ (ФИО)

Дополнения и изменения рассмотрены и одобрены на заседании кафедры
« ____ » _____ 20__ г., протокол № ____.

Заведующий кафедрой _____ (подпись) _____ (ФИО)

**Фонд оценочных средств
для промежуточной аттестации обучающихся**
по дисциплине (модулю) **Б1.Б.02.01 Математика**

Направление подготовки (специальность)	38.03.02 Менеджмент
Направленность (профиль)	Экономика и управление на предприятиях топливно-энергетического комплекса
Квалификация	Бакалавр
Форма обучения	Заочная
Выпускающая кафедра	Строительство
Кафедра-разработчик	Строительство

Белебей 2020 г

1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы.

Оценочные средства разработаны для оценки общекультурных (ОК-6) компетенций.

Компетенции и планируемые результаты обучения (дескрипторы): знания - З, умения - У, владения - В, характеризующие этапы формирования компетенций и обеспечивающие достижение планируемых результатов освоения образовательной программы (ОПОП), представлены в разделе 1 Рабочей программы дисциплины (таблица 1) в соответствии с матрицей компетенций и картами компетенций ОП (Приложения 1 к ОП).

Основными этапами формирования указанной компетенции в рамках дисциплины выступает последовательное изучение содержательно связанных между собой разделов (тем) учебных занятий.

Паспорт фонда оценочных средств по дисциплине «Математика»

Таблица 1

№ п/п	Этапы формирования компетенции	Планируемые результаты обучения (дескрипторы)	Оценочные средства
1	2	3	4
1	Раздел 1 Линейная алгебра. Векторная алгебра	З 1 (ОК-6)-I, У 1(ОК-6)-I ,У 2(ОК-6)-I, В 1(ОК-6)-I, В 2(ОК-6)-I.	Решение задач Контрольная работа
2	Раздел 2 Аналитическая геометрия. Введение в математический анализ	З 1 (ОК-6)-I, У 1(ОК-6)-I ,У 2(ОК-6)-I, В 1(ОК-6)-I, В 2(ОК-6)-I.	Решение задач Контрольная работа
3	Раздел 3 Дифференциальное исчисление. Интегральное исчисление	З 1 (ОК-6)-I, У 1(ОК-6)-I ,У 2(ОК-6)-I, В 1(ОК-6)-I, В 2(ОК-6)-I.	Решение задач Контрольная работа
4	Раздел 4 Дифференциальные уравнения. Ряды	З 1 (ОК-6)-I, У 1(ОК-6)-I ,У 2(ОК-6)-I, В 1(ОК-6)-I, В 2(ОК-6)-I.	Решение задач Контрольная работа
5	Раздел 5. Теория вероятностей	З 1 (ОК-6)-I, У 1(ОК-6)-I ,У 2(ОК-6)-I, В 1(ОК-6)-I, В 2(ОК-6)-I.	Решение задач Контрольная работа
6	Раздел 6. Статистика	З 1 (ОК-6)-I, У 1(ОК-6)-I ,У 2(ОК-6)-I, В 1(ОК-6)-I, В 2(ОК-6)-I.	Решение задач Контрольная работа
7	Промежуточная аттестация: зачёт	З 1 (ОК-6)-I, У 1(ОК-6)-I ,У 2(ОК-6)-I, В 1(ОК-6)-I, В 2(ОК-6)-I.	Вопросы к зачёту
8	Промежуточная аттестация: экзамен	З 1 (ОК-6)-I, У 1(ОК-6)-I ,У 2(ОК-6)-I, В 1(ОК-6)-I, В 2(ОК-6)-I.	Вопросы экзаменационных билетов

2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания.

Карты формируемых компетенций в составе ОП (Приложение к ОП 1) включают:

- описание **этапов и уровней освоения компетенций** (изучение дисциплины «Математика» по направлению подготовки 38.03.02 «Менеджмент», профилю подготовки «Экономика и управление на предприятиях топливно-энергетического комплекса», предусматривает освоение целевых компетенций)

- **характеристику** планируемых результатов обучения для каждого уровня освоения компетенции и показателей их проявления (дескрипторов): **владений, умений, знаний** (с соответствующей индексацией);

- **шкалу оценивания результатов обучения** (владений, умений, знаний) с описанием **критериев оценивания**.

Результаты обучения по дисциплине «Математика» по направлению подготовки 38.03.02 «Менеджмент», профилю подготовки «Экономика и управление на предприятиях топливно-энергетического комплекса», определяются показателями и критериями оценивания сформированности компетенций на этапах их формирования.

Критерии и шкала оценивания результатов изучения дисциплины на промежуточной аттестации

На этапе промежуточной аттестации используется система оценки успеваемости обучающихся, которая позволяет преподавателю оценить уровень освоения материала обучающимися. Критерии оценивания сформированности планируемых результатов обучения (дескрипторов) представлены в карте компетенции ОП.

Критерии оценивания:

«Отлично» – выставляется, если сформированность заявленных дескрипторов компетенций 86% и более (в соответствии с картами компетенций ОП) оценивается критериями «хорошо» и «отлично», при условии отсутствия оценки «неудовлетворительно»: студент показал прочные знания основных положений фактического материала, умение самостоятельно решать конкретные практические задачи повышенной сложности, свободно использовать справочную литературу, делать обоснованные выводы из результатов анализа конкретных ситуаций;

«Хорошо» – выставляется, если сформированность заявленных дескрипторов компетенций на 70% и более (в соответствии с картами компетенций ОП) оценивается критериями «хорошо» и «отлично», при условии отсутствия оценки «неудовлетворительно», допускается оценка «удовлетворительно»: обучающийся показал прочные знания основных положений фактического материала, умение самостоятельно решать конкретные практические задачи, предусмотренные рабочей программой, ориентироваться в рекомендованной справочной литературе, умеет правильно оценить полученные результаты анализа конкретных ситуаций;

«Удовлетворительно» – выставляется, если сформированность заявленных дескрипторов компетенций 50% и более (в соответствии с картами компетенций ОП) оценивается критериями «удовлетворительно», «хорошо» и «отлично»: обучающийся показал знание основных положений фактического материала, умение получить с помощью преподавателя правильное решение конкретной практической задачи из числа предусмотренных рабочей программой, знакомство с рекомендованной справочной литературой;

«Неудовлетворительно» – выставляется, если сформированность заявленных дескрипторов компетенций менее, чем 50% (в соответствии с картами компетенций ОП) оценивается критериями «удовлетворительно», «хорошо» и «отлично»: при ответе обучающегося выявились существенные пробелы в знаниях основных положений фактического материала, неумение с помощью преподавателя решать поставленные задачи из числа предусмотренных рабочей программой учебной дисциплины. Соответствие критериев оценивания сформированности планируемых результатов обучения (дескрипторов) системам оценок представлено в таблице 2

Шкала оценивания результатов

Таблица 2

Процентная шкала (при ее использовании)	Оценка в системе «неудовлетворительно – удовлетворительно – хорошо – отлично»
1	2
0-50%	Неудовлетворительно
50-69%	Удовлетворительно
70-85%	Хорошо
86-100%	Отлично

Критерии и шкала оценивания результатов изучения дисциплины во время занятий

(текущий контроль успеваемости)

Критерии оценки решения задач

Таблица 3

Шкала оценивания	Критерии оценки	Кол-во баллов
«Отлично»	(86 – 100)% правильных ответов	(26-30) баллов
«Хорошо»	(71 – 85)% правильных ответов	(21-25) баллов

«Удовлетворительно»	(65 – 70)% правильных ответов	(15-19) баллов
«Неудовлетворительно»	(менее 65)% правильных ответов	(0-14) баллов

Критерии оценки выполнения контрольной работы

Таблица 4

Шкала оценивания	Критерии оценки	Кол-во баллов
«Отлично»	выставляется студенту, если он владеет категориальным аппаратом, может привести классификацию факторов явления, решить поставленную задачу и проанализировать полученные результаты, объяснить причины отклонений от желаемого результата, отстаивать свою точку зрения, приводя факты;	(31-40) баллов
«Хорошо»	выставляется студенту, если он владеет категориальным аппаратом, может привести классификацию факторов явления, решить поставленную задачу и проанализировать полученные результаты;	(20-30) баллов
«Удовлетворительно»	выставляется студенту, если он владеет категориальным аппаратом, может привести формулы расчета, рассчитать задание;	(12-19) баллов
«Неудовлетворительно»	выставляется студенту, если он не владеет перечисленными навыками	(0-11 баллов).

Общие критерии шкалы оценивания результатов для допуска к промежуточной аттестации

Таблица 5

Наименование оценочного средства		Балльная шкала
1	Решение задач	(14-30) баллов
2	Контрольная работа	(11-40) баллов
	Итого	70 баллов

Минимальное количество баллов для допуска к промежуточной аттестации - 36 баллов

3. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующие процесс формирования компетенций в ходе освоения образовательной программы

1. Формы текущего контроля успеваемости

Примерный перечень задач

Основы линейной, векторной алгебры и аналитической геометрии.

Задача №1.

$$\text{Определитель } \begin{vmatrix} -4 & 1 & 5 \\ -6 & 7 & 2 \\ 3 & 5 & 1 \end{vmatrix}$$

Вычислить тремя способами.

- 1) по определению;
- 2) разложением по элементам второй строки, а затем по элементам третьего столбца;
- 3) созданием нулей в одной строке (или в одном из столбцов).

Решение.

- 1) по определению;

Определитель равен сумме произведений элементов какой-нибудь строки или столбца на их

алгебраические дополнения, т.е. $D = a_1^{i_0} A_1^{i_0} + a_2^{i_0} A_2^{i_0} + \dots + a_n^{i_0} A_n^{i_0}$, где i_0 – фиксировано.

Найдем определитель, используя разложение по столбцам:

Минор для (1,1):

Вычеркиваем из матрицы 1-ю строку и 1-й столбец.

-4	1	5
-6	7	2
3	5	1

Получаем: $\Delta_{1,1} = \begin{vmatrix} 7 & 2 \\ 5 & 1 \end{vmatrix}$

Найдем определитель для этого минора.

$$\Delta_{1,1} = (7 \cdot 1 - 5 \cdot 2) = -3$$

Минор для (2,1):

Вычеркиваем из матрицы 2-ю строку и 1-й столбец.

-4	1	5
-6	7	2
3	5	1

Получаем: $\Delta_{2,1} = \begin{vmatrix} 1 & 5 \\ 5 & 1 \end{vmatrix}$

Найдем определитель для этого минора.

$$\Delta_{2,1} = (1 \cdot 1 - 5 \cdot 5) = -24$$

Минор для (3,1):

Вычеркиваем из матрицы 3-ю строку и 1-й столбец.

-4	1	5
-6	7	2
3	5	1

Получаем: $\Delta_{3,1} = \begin{vmatrix} 1 & 5 \\ 7 & 2 \end{vmatrix}$

Найдем определитель для этого минора.

$$\Delta_{3,1} = (1 \cdot 2 - 7 \cdot 5) = -33$$

Определитель:

$$\Delta = (-1)^{1+1}(-4) \cdot (-3) + (-1)^{2+1}(-6) \cdot (-24) + (-1)^{3+1}3 \cdot (-33) = (-4) \cdot (-3) - (-6) \cdot (-24) + 3 \cdot (-33) = -231$$

2) разложением по элементам второй строки, а затем по элементам третьего столбца; Найдем определитель, используя разложение по второй строке:

Минор для (2,1):

Вычеркиваем из матрицы 2-ю строку и 1-й столбец.

-4	1	5
-6	7	2
3	5	1

Получаем: $\Delta_{2,1} = \begin{vmatrix} 1 & 5 \\ 5 & 1 \end{vmatrix}$

Найдем определитель для этого минора.

$$\Delta_{2,1} = (1 \cdot 1 - 5 \cdot 5) = -24$$

Минор для (2,2):

Вычеркиваем из матрицы 2-ю строку и 2-й столбец.

-4	1	5
-6	7	2
3	5	1

$$\text{Получаем: } \Delta_{2,2} = \begin{vmatrix} -4 & 5 \\ 3 & 1 \end{vmatrix}$$

Найдем определитель для этого минора.

$$\Delta_{2,2} = ((-4) \cdot 1 - 3 \cdot 5) = -19$$

Минор для (2,3):

Вычеркиваем из матрицы 2-ю строку и 3-й столбец.

-4	1	5
-6	7	2
3	5	1

$$\text{Получаем: } \Delta_{2,3} = \begin{vmatrix} -4 & 1 \\ 3 & 5 \end{vmatrix}$$

Найдем определитель для этого минора.

$$\Delta_{2,3} = ((-4) \cdot 5 - 3 \cdot 1) = -23$$

Определитель:

$$\Delta = (-1)^{2+1}(-6) \cdot (-24) + (-1)^{2+2}7 \cdot (-19) + (-1)^{2+3}2 \cdot (-23) = -(-6) \cdot (-24) + 7 \cdot (-19) - 2 \cdot (-23) = -231$$

Найдем определитель, используя разложение по 3-му столбцу:

Минор для (1,3):

Вычеркиваем из матрицы 1-ю строку и 3-й столбец.

-4	1	5
-6	7	2
3	5	1

$$\text{Получаем: } \Delta_{1,3} = \begin{vmatrix} -6 & 7 \\ 3 & 5 \end{vmatrix}$$

Найдем определитель для этого минора.

$$\Delta_{1,3} = ((-6) \cdot 5 - 3 \cdot 7) = -51$$

Минор для (2,3):

Вычеркиваем из матрицы 2-ю строку и 3-й столбец.

-4	1	5
-6	7	2
3	5	1

$$\text{Получаем: } \Delta_{2,3} = \begin{vmatrix} -4 & 1 \\ 3 & 5 \end{vmatrix}$$

Найдем определитель для этого минора.

$$\Delta_{2,3} = ((-4) \cdot 5 - 3 \cdot 1) = -23$$

Минор для (3,3):

Вычеркиваем из матрицы 3-ю строку и 3-й столбец.

-4	1	5
-6	7	2
3	5	1

$$\text{Получаем: } \Delta_{3,3} = \begin{vmatrix} -4 & 1 \\ -6 & 7 \end{vmatrix}$$

Найдем определитель для этого минора.

$$\Delta_{3,3} = ((-4) \cdot 7 - (-6) \cdot 1) = -22$$

Определитель:

$$\Delta = (-1)^{1+3}5 \cdot (-51) + (-1)^{2+3}2 \cdot (-23) + (-1)^{3+3}1 \cdot (-22) = 5 \cdot (-51) - 2 \cdot (-23) + 1 \cdot (-22) = -231$$

3) созданием нулей в одной строке (или в одном из столбцов).
Работаем со столбцом №1

Умножим 2-ю строку на $(k = 3 / 6 = 1/2)$ и добавим к 3-й:

-4	1	5
-6	7	2
0	$17/2$	2

Умножим 1-ю строку на $(k = -6 / 4 = -3/2)$ и добавим к 2-й:

-4	1	5
0	$11/2$	$-11/2$
0	$17/2$	2

Работаем со столбцом №2

Умножим 2-ю строку на $(k = -17/2 / 11/2 = -17/11)$ и добавим к 3-й:

-4	1	5
0	$11/2$	$-11/2$
0	0	$21/2$

$$\text{Определитель матрицы } \Delta = (-4) \cdot 11/2 \cdot 21/2 = -231$$

Задача №2.

Показать совместимость системы линейных уравнений и найти ее решение тремя методами.

$$2x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 7$$

$$6x_1 + x_3 = 6$$

$$4x_1 + 2x_2 + x_3 = 8$$

- 1) по формулам Крамера;
- 2) методом Гаусса;
- 3) с помощью обратной матрицы.

Выполнить проверку результата.

Решение.

- 1) по формулам Крамера;
- Система совместна тогда и только тогда, когда системный (главный) определитель не равен нулю.

Определитель $\begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 6 & 0 & 1 \\ 4 & 2 & 1 \end{pmatrix}$

$$\Delta = 2 \cdot (0 \cdot 1 - 2 \cdot 1) - 6 \cdot (3 \cdot 1 - 2 \cdot 4) + 4 \cdot (3 \cdot 1 - 0 \cdot 4) = 38$$

Заменяем 1-ый столбец матрицы A на вектор результата B.

7	3	4
6	0	1
8	2	1

Найдем определитель полученной матрицы.

$$\Delta_1 = (-1)^{1+1}a_{11}\Delta_{11} + (-1)^{2+1}a_{21}\Delta_{21} + (-1)^{3+1}a_{31}\Delta_{31} = 7 \cdot (0 \cdot 1 - 2 \cdot 1) - 6 \cdot (3 \cdot 1 - 2 \cdot 4) + 8 \cdot (3 \cdot 1 - 0 \cdot 4) = 40$$

$$x_1 = \frac{\Delta_1}{\Delta} = \frac{40}{38} = 1.05$$

Заменяем 2-ый столбец матрицы A на вектор результата B.

2	7	4
6	6	1
4	8	1

Найдем определитель полученной матрицы.

$$\Delta_2 = (-1)^{1+1}a_{11}\Delta_{11} + (-1)^{2+1}a_{21}\Delta_{21} + (-1)^{3+1}a_{31}\Delta_{31} = 2 \cdot (6 \cdot 1 - 8 \cdot 1) - 6 \cdot (7 \cdot 1 - 8 \cdot 4) + 4 \cdot (7 \cdot 1 - 6 \cdot 4) = 78$$

$$x_2 = \frac{\Delta_2}{\Delta} = \frac{78}{38} = 2.05$$

Заменяем 3-ый столбец матрицы A на вектор результата B.

2	3	7
6	0	6
4	2	8

Найдем определитель полученной матрицы.

$$\Delta_3 = (-1)^{1+1}a_{11}\Delta_{11} + (-1)^{2+1}a_{21}\Delta_{21} + (-1)^{3+1}a_{31}\Delta_{31} = 2 \cdot (0 \cdot 8 - 2 \cdot 6) - 6 \cdot (3 \cdot 8 - 2 \cdot 7) + 4 \cdot (3 \cdot 6 - 0 \cdot 7) = -12$$

$$x_3 = \frac{\Delta_3}{\Delta} = \frac{-12}{38} = -0.32$$

Выпишем отдельно найденные переменные X

$$x_1 = \frac{\Delta_1}{\Delta} = \frac{40}{38} = 1.05$$

$$x_2 = \frac{\Delta_2}{\Delta} = \frac{78}{38} = 2.05$$

$$x_3 = \frac{\Delta_3}{\Delta} = \frac{-12}{38} = -0.32$$

Проверка.

$$2 \cdot 1.05 + 3 \cdot 2.05 + 4 \cdot (-0.32) = 7$$

$$6 \cdot 1.05 + 0 \cdot 2.05 + 1 \cdot (-0.32) = 6$$

$$4 \cdot 1.05 + 2 \cdot 2.05 + 1 \cdot (-0.32) = 8$$

2) методом Гаусса;

Запишем систему в виде расширенной матрицы:

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 6 & 0 & 1 \\ 4 & 2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 7 \\ 6 \\ 8 \end{pmatrix}$$

Умножим 1-ую строку на (3). Умножим 2-ую строку на (-1). Добавим 2-ую строку к 1-ой:

$$\begin{pmatrix} 0 & 9 & 11 \\ 6 & 0 & 1 \\ 4 & 2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 15 \\ 6 \\ 8 \end{pmatrix}$$

Умножим 2-ую строку на (4). Умножим 3-ую строку на (-6). Добавим 3-ую строку к 2-ой:

$$\begin{pmatrix} 0 & 9 & 11 \\ 0 & -12 & -2 \\ 4 & 2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 15 \\ -24 \\ 8 \end{pmatrix}$$

Умножим 1-ую строку на (12). Умножим 2-ую строку на (9). Добавим 2-ую строку к 1-ой:

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 114 \\ 0 & -12 & -2 \\ 4 & 2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -36 \\ -24 \\ 8 \end{pmatrix}$$

Теперь исходную систему можно записать так:

$$x_3 = -36/114$$

$$x_2 = [-24 - (-2x_3)]/(-12)$$

$$x_1 = [8 - (2x_2 + x_3)]/4$$

Из 1-ой строки выражаем x_3

$$x_3 = \frac{-36}{114} = -0.316$$

Из 2-ой строки выражаем x_2

$$x_2 = \frac{-24 - (-2) \cdot (-0.32)}{-12} = \frac{-24.632}{-12} = 2.053$$

Из 3-ой строки выражаем x_1

$$x_1 = \frac{8 - 2 \cdot 2.05 - 1 \cdot (-0.32)}{4} = \frac{4.211}{4} = 1.053$$

3) с помощью обратной матрицы.

Обозначим через A — матрицу коэффициентов при неизвестных; X — матрицу-столбец неизвестных; B - матрицу-столбец свободных членов:

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 6 & 0 & 1 \\ 4 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\text{Вектор } B: B^T = (7, 6, 8)$$

С учетом этих обозначений данная система уравнений принимает следующую матричную форму: $A \cdot X = B$.

Если матрица A — невырожденная (ее определитель отличен от нуля, то она имеет обратную матрицу A^{-1} . Умножив обе части уравнения на A^{-1} , получим: $A^{-1} \cdot A \cdot X = A^{-1} \cdot B$, $A^{-1} \cdot A = E$.

Система будет иметь решение, если определитель матрицы A отличен от нуля.

Итак, определитель $38 \neq 0$, поэтому продолжаем решение. Для этого найдем обратную матрицу через алгебраические дополнения.

Пусть имеем невырожденную матрицу A :

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}$$

$$\text{Тогда: } A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \begin{pmatrix} A_{11} & A_{21} & A_{31} \\ A_{12} & A_{22} & A_{32} \\ A_{13} & A_{23} & A_{33} \end{pmatrix}$$

где A_{ij} — алгебраическое дополнение элемента a_{ij} в определителе матрицы A , которое является произведением $(-1)^{i+j}$ на минор (определитель) $n-1$ порядка, полученный вычеркиванием i -й строки и j -го столбца в определителе матрицы A .

Транспонированная матрица к матрице A имеет вид:

$$A^T = \begin{pmatrix} 2 & 6 & 4 \\ 3 & 0 & 2 \\ 4 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Вычисляем алгебраические дополнения.

$$A^T_{1,1} = (-1)^{1+1} \begin{vmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} \quad \Delta_{1,1} = (0 \cdot 1 - 1 \cdot 2) = -2$$

$$A^T_{1,2} = (-1)^{1+2} \begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 1 \end{vmatrix} \quad \Delta_{1,2} = -(3 \cdot 1 - 4 \cdot 2) = 5$$

$$A^T_{1,3} = (-1)^{1+3} \begin{vmatrix} 3 & 0 \\ 4 & 1 \end{vmatrix} \quad \Delta_{1,3} = (3 \cdot 1 - 4 \cdot 0) = 3$$

$$A^T_{2,1} = (-1)^{2+1} \begin{vmatrix} 6 & 4 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} \quad \Delta_{2,1} = -(6 \cdot 1 - 1 \cdot 4) = -2$$

$$A^T_{2,2} = (-1)^{2+2} \begin{vmatrix} 2 & 4 \\ 4 & 1 \end{vmatrix} \quad \Delta_{2,2} = (2 \cdot 1 - 4 \cdot 4) = -14$$

$$A^T_{2,3} = (-1)^{2+3} \begin{vmatrix} 2 & 6 \\ 4 & 1 \end{vmatrix} \quad \Delta_{2,3} = -(2 \cdot 1 - 4 \cdot 6) = 22$$

$$A^T_{3,1} = (-1)^{3+1} \begin{vmatrix} 6 & 4 \\ 0 & 2 \end{vmatrix} \quad \Delta_{3,1} = (6 \cdot 2 - 0 \cdot 4) = 12$$

$$A^T_{3,2} = (-1)^{3+2} \begin{vmatrix} 2 & 4 \\ 3 & 2 \end{vmatrix} \quad \Delta_{3,2} = -(2 \cdot 2 - 3 \cdot 4) = 8$$

$$A^T_{3,3} = (-1)^{3+3} \begin{vmatrix} 2 & 6 \\ 3 & 0 \end{vmatrix} \quad \Delta_{3,3} = (2 \cdot 0 - 3 \cdot 6) = -18$$

Из полученных алгебраических дополнений составим присоединенную матрицу C :

$$C = \begin{pmatrix} -2 & 5 & 3 \\ -2 & -14 & 22 \\ 12 & 8 & -18 \end{pmatrix}$$

Вычислим обратную матрицу:

$$A^{-1} = \frac{1}{38} \begin{pmatrix} -2 & 5 & 3 \\ -2 & -14 & 22 \\ 12 & 8 & -18 \end{pmatrix}$$

Вектор результатов X

$$X = A^{-1} \cdot B$$

$$X = \frac{1}{38} \begin{pmatrix} -2 & 5 & 3 \\ -2 & -14 & 22 \\ 12 & 8 & -18 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 7 \\ 6 \\ 8 \end{pmatrix}$$

$$X = \frac{1}{38} \begin{pmatrix} (-2 \cdot 7) + (5 \cdot 6) + (3 \cdot 8) \\ (-2 \cdot 7) + (-14 \cdot 6) + (22 \cdot 8) \\ (12 \cdot 7) + (8 \cdot 6) + (-18 \cdot 8) \end{pmatrix}$$

$$X = \frac{1}{38} \begin{pmatrix} 40 \\ 78 \\ -12 \end{pmatrix}$$

$$X^T = (1.05, 2.05, -0.32)$$

$$x_1 = \frac{40}{38} = 1.05$$

$$x_2 = \frac{78}{38} = 2.05$$

$$x_3 = \frac{-12}{38} = -0.32$$

Задача 3.

Даны координаты вершин пирамиды ABCD.

$$A(-3; 5; 7), B(7; 6; 7), C(-5; 7; 8), D(-3; -9; 8)$$

Найти:

- 1) длину ребра AB,
- 2) угол между ребрами AB и AD
- 3) площадь грани ABC
- 4) объем пирамиды
- 5) уравнение прямой AB
- 6) уравнение плоскости ABC
- 7) уравнение высоты, опущенной из вершины D на грань ABC

Сделать чертеж.

Решение.

Координаты векторов находим по формуле:

$$X = x_j - x_i; Y = y_j - y_i; Z = z_j - z_i$$

здесь X, Y, Z координаты вектора; x_i, y_i, z_i - координаты точки A_i ; x_j, y_j, z_j - координаты точки A_j ;

Например, для вектора AB

$$X = x_2 - x_1; Y = y_2 - y_1; Z = z_2 - z_1$$

$$X = 7 - (-3) = 10; Y = 6 - 5 = 1; Z = 7 - 7 = 0$$

$$AB(10; 1; 0)$$

$$AC(-2; 2; 1)$$

$$AD(0; -14; 1)$$

BC(-12;1;1)

BD(-10;-15;1)

CD(2;-16;0)

1) длину ребра AB,

Длина вектора $a(X;Y;Z)$ выражается через его координаты формулой:

$$|a| = \sqrt{X^2 + Y^2 + Z^2}$$

$$|AB| = \sqrt{10^2 + 1^2 + 0^2} = \sqrt{101} = 10.05$$

2) угол между ребрами AB и AD

Угол между векторами $a_1(X_1;Y_1;Z_1)$, $a_2(X_2;Y_2;Z_2)$ можно найти по формуле:

$$\cos \gamma = \frac{a_1 a_2}{|a_1| \cdot |a_2|}$$

где $a_1 a_2 = X_1 X_2 + Y_1 Y_2 + Z_1 Z_2$

Найдем угол между ребрами AB(10;1;0) и AD(0;-14;1):

$$|AD| = \sqrt{0^2 + 14^2 + 1^2} = \sqrt{197} = 14.036$$

$$\cos \gamma = \frac{10 \cdot 0 + 1 \cdot (-14) + 0 \cdot 1}{\sqrt{101} \cdot \sqrt{197}} = -0.0993$$

$$\gamma = \arccos(0.099) = 95.699^\circ$$

3) площадь грани ABC

Площадь грани можно найти по формуле:

$$S = \frac{1}{2} |a| \cdot |b| \sin \gamma$$

где $\sin \gamma = \sqrt{1 - \cos^2 \gamma}$

Найдем площадь грани ABC

Найдем угол между ребрами AB(10;1;0) и AC(-2;2;1):

$$|AC| = \sqrt{2^2 + 2^2 + 1^2} = \sqrt{9} = 3$$

$$\cos \gamma = \frac{10 \cdot (-2) + 1 \cdot 2 + 0 \cdot 1}{\sqrt{101} \cdot 3} = -0.597$$

$$\sin \gamma = \sqrt{1 - 0.597^2} = 0.802$$

Площадь грани ABC

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} |AB| \cdot |AC| \sin \gamma = \frac{1}{2} \sqrt{101} \cdot \sqrt{9} \cdot 0.802 = 12.093$$

Найдем площадь грани с учётом геометрического смысла векторного произведения:

$$S = \frac{1}{2} | \overline{AB} \times \overline{AC} |$$

Векторное произведение:

$$\begin{vmatrix} i & j & k \\ 10 & 1 & 0 \\ -2 & 2 & 1 \end{vmatrix} = i(1 \cdot 1 - 2 \cdot 0) - j(10 \cdot 1 - (-2) \cdot 0) + k(10 \cdot 2 - (-2) \cdot 1) = i - 10j + 22k$$

$$S = \frac{1}{2} |\overline{AB} \times \overline{AC}| = \frac{1}{2} |i - 10j + 22k| = \frac{1}{2} \sqrt{1^2 + 10^2 + 22^2} = \frac{1}{2} \sqrt{585} = 12.093$$

4) объем пирамиды

Объем пирамиды, построенный на векторах $a_1(X_1; Y_1; Z_1)$, $a_2(X_2; Y_2; Z_2)$, $a_3(X_3; Y_3; Z_3)$ равен:

$$V = \frac{1}{6} \begin{vmatrix} X_1 & Y_1 & Z_1 \\ X_2 & Y_2 & Z_2 \\ X_3 & Y_3 & Z_3 \end{vmatrix}$$

Находим определитель матрицы

$$\Delta = 10 \cdot (2 \cdot 1 - (-14) \cdot 1) - (-2) \cdot (1 \cdot 1 - (-14) \cdot 0) + 0 \cdot (1 \cdot 1 - 2 \cdot 0) = 162$$

$$V = \frac{1}{6} \begin{vmatrix} 10 & 1 & 0 \\ -2 & 2 & 1 \\ 0 & -14 & 1 \end{vmatrix} = \frac{162}{6} = 27$$

5) уравнение прямой AB

Прямая, проходящая через точки $A_1(x_1; y_1; z_1)$ и $A_2(x_2; y_2; z_2)$, представляется уравнениями:

$$\frac{x - x_1}{x_2 - x_1} = \frac{y - y_1}{y_2 - y_1} = \frac{z - z_1}{z_2 - z_1}$$

$$\text{Уравнение прямой } AB(10, 1, 0) : \frac{x + 3}{10} = \frac{y - 5}{1} = \frac{z - 7}{0}$$

6) уравнение плоскости ABC

Если точки $A_1(x_1; y_1; z_1)$, $A_2(x_2; y_2; z_2)$, $A_3(x_3; y_3; z_3)$ не лежат на одной прямой, то проходящая через них плоскость представляется уравнением:

$$\begin{vmatrix} x - x_1 & y - y_1 & z - z_1 \\ x_2 - x_1 & y_2 - y_1 & z_2 - z_1 \\ x_3 - x_1 & y_3 - y_1 & z_3 - z_1 \end{vmatrix} = 0$$

Уравнение плоскости ABC

$$\begin{vmatrix} x + 3 & y - 5 & z - 7 \\ 10 & 1 & 0 \\ -2 & 2 & 1 \end{vmatrix} = 0$$

$$(x + 3)(1 \cdot 1 - 2 \cdot 0) - (y - 5)(10 \cdot 1 - (-2) \cdot 0) + (z - 7)(10 \cdot 2 - (-2) \cdot 1) = x - 10y + 22z - 101 = 0$$

7) уравнение высоты, опущенной из вершины D на грань ABC

$D(-3, -9, 8)$

Прямая, проходящая через точку $M_0(x_0; y_0; z_0)$ и перпендикулярная плоскости $Ax + By + Cz + D = 0$ имеет направляющий вектор $(A; B; C)$ и, значит, представляется симметричными уравнениями:

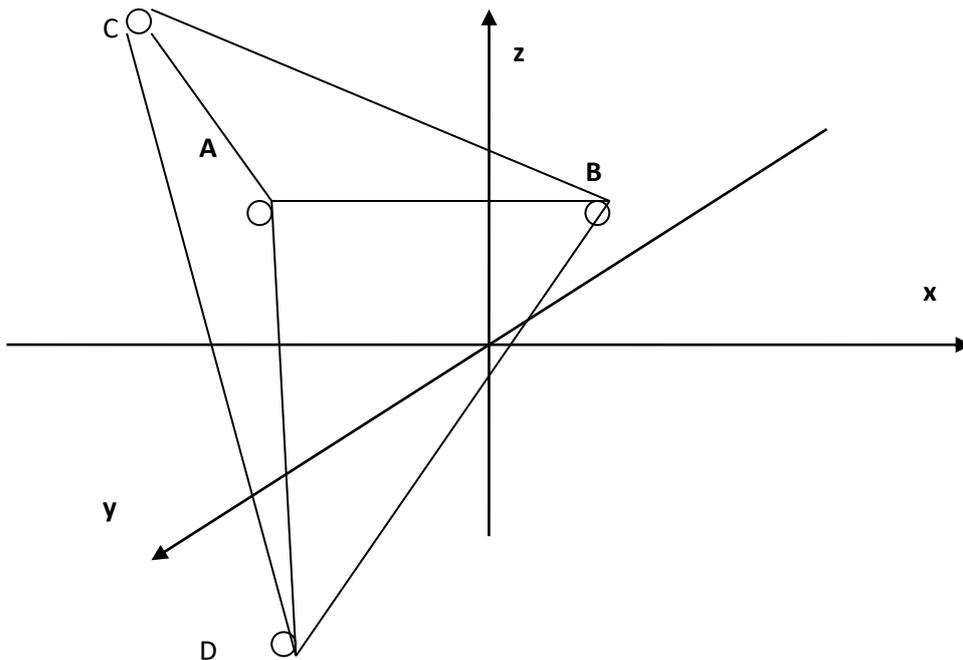
Уравнение плоскости ABC: $x - 10y + 22z - 101 = 0$

$$\frac{x - x_0}{A} = \frac{y - y_0}{B} = \frac{z - z_0}{C}$$

$$\frac{x - (-3)}{1} = \frac{y - (-9)}{-10} = \frac{z - 8}{22} \text{ или } \frac{x + 3}{1} = \frac{y + 9}{-10} = \frac{z - 8}{22}$$

Сделаем чертеж.

A(-3;5;7), B(7;6;7), C(-5; 7;8), D(-3;-9;8)



Задача №4.

В прямоугольной декартовой системе координат построить линии, заданные уравнениями.

1) $4x^2+2y^2 = 56x+12y+7$

2) $y^2=-4y-x$

3) $5x^2+y^2=30x+8y-7$

Решение.

1) $4x^2+2y^2 = 56x+12y+7$

Представим в виде: $4x^2+2y^2 - 56x-12y-7=0$

Исходное уравнение определяет эллипс ($4 > 0$; $2 > 0$)

Выделяем полные квадраты:

для x:

$$4(x^2-2\cdot 7x + 7^2) -4\cdot 7^2 = 4(x-7)^2-196$$

для y:

$$2(y^2-2\cdot 3y + 3^2) -2\cdot 3^2 = 2(y-3)^2-18$$

В итоге получаем:

$$4(x-7)^2+2(y-3)^2 = 221$$

Разделим все выражение на 221

$$\frac{4}{221}(x-7)^2+\frac{2}{221}(y-3)^2 = 1$$

Полуоси эллипса:

$$a = \sqrt{221/2}; b = 1/2\sqrt{221}$$

Данное уравнение определяет эллипс с центром в точке:

$$C(7; 3)$$

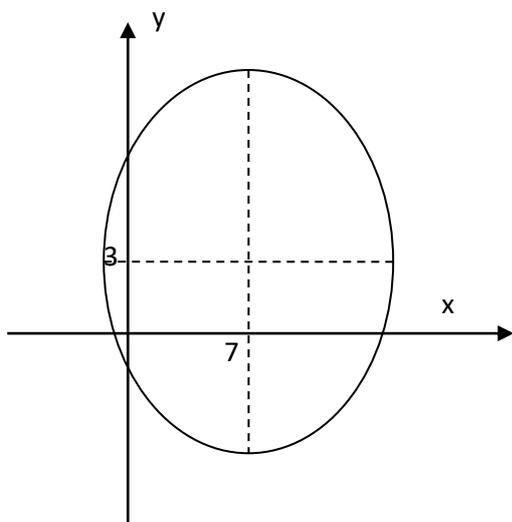
Найдем координаты фокусов $F_1(-c;0)$ и $F_2(c;0)$, где c - половина расстояния между фокусами

$$c = \sqrt{b^2 - a^2} = \sqrt{221/2 - 221/4} = 1/2\sqrt{221} \approx 7.43$$

Итак, фокусы эллипса:

$$F_1(7; -1/2\sqrt{221}+3), F_2(7; 1/2\sqrt{221}+3).$$

Строим уравнение.



$$2) y^2 = -4y - x$$

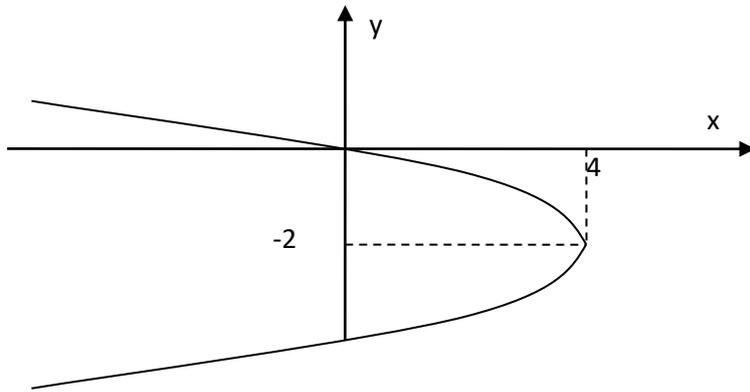
Представим в виде: $y^2 + 4y = -x$

Выделим полный квадрат:

$$y^2 + 4y + 4 - 4 = -x \text{ или } (y+2)^2 = -x+4$$

Уравнение представляет собой параболу с осями по Ox . Вершина параболы $(4; -2)$. Оси направлены влево ($-x < 0$).

Вспомогательные точки: $x=0, y=0$



$$3) 5x^2 + y^2 = 30x + 8y - 7$$

Представим в виде: $5x^2 + y^2 - 30x - 8y + 7$

Исходное уравнение определяет эллипс ($5 > 0$; $1 > 0$)

Выделяем полные квадраты:

для x :

$$5(x^2 - 2 \cdot 3x + 3^2) - 5 \cdot 3^2 = 5(x-3)^2 - 45$$

для y :

$$(y^2 - 2 \cdot 4y + 4^2) - 1 \cdot 4^2 = (y-4)^2 - 16$$

В итоге получаем:

$$5(x-3)^2 + (y-4)^2 = 54$$

Разделим все выражение на 54

$$\frac{5}{54}(x-3)^2 + \frac{1}{54}(y-4)^2 = 1$$

Полуоси эллипса:

$$a = 3\sqrt{6}; b = 3\sqrt{6/5}$$

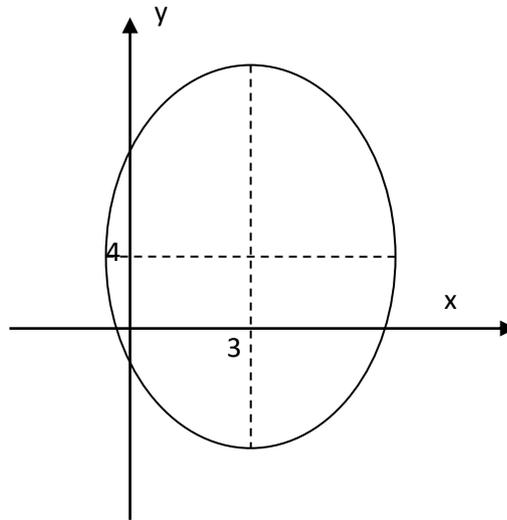
Данное уравнение определяет эллипс с центром в точке:

$$C(3; 4)$$

Найдем координаты фокусов $F_1(-c; 0)$ и $F_2(c; 0)$, где c - половина расстояния между фокусами

$$c = \sqrt{b^2 - a^2} = \sqrt{54 - 54/5} = 6\sqrt{6/5} \approx 6.57$$

С учетом центра, координаты фокусов равны:



$$F_1(3; -6\sqrt{6/5}+4), F_2(3; 6\sqrt{6/5}+4).$$

Примерные задания для контрольной работы

1. Найдите предел $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{7-x} - \sqrt{x+1}}{3x^2 - 10x + 3}$.

2. Вычислите предел функции $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{9+x} - 3}{x^2 + x}$.

3. Найдите производную функции $y = \frac{\ln(x+1)}{x^{-2}}$.

4. Дана функция $y = \ln(x^2 - 4)$. Вычислите $y'''(3)$.

5. Найдите неопределенный интеграл $\int \sqrt{1+e^x} e^x dx$.

6. Вычислите определенный интеграл $\int_0^{\pi} \cos(x + \pi/2) dx$.

7. Вычислите несобственный интеграл или докажите его расходимость $\int_e^{\infty} \frac{\ln x dx}{x}$.

8. Решите систему линейных уравнений методом Крамера

$$\begin{cases} x_1 + 9x_2 + 15x_3 = 13, \\ 6x_1 + 5x_2 + 3x_3 = 2, \\ x_1 + 2x_2 + 6x_3 = 9, \end{cases}$$

9. Вычислите определитель

$$\begin{vmatrix} 3 & 1 & -2 \\ 2 & 5 & -3 \\ -1 & -5 & 1 \end{vmatrix}$$

10. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки $A(3; -1; 2)$, $B(2; 1; 4)$, параллельно вектору $\vec{a} = (5; -2; -1)$.

11. Составить уравнение прямой, проходящей через точку $M(2; -3; 4)$ перпендикулярно прямой $\frac{x+2}{1} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z+1}{1}$, $\frac{x+4}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-4}{-3}$.

12. Найти угол между векторами \vec{m} и \vec{n} , если $|\vec{m}|=1$, $|\vec{n}|=1$, а векторы $\vec{a} = 3\vec{m} + 2\vec{n}$ и $\vec{b} = \vec{m} - \vec{n}$ перпендикулярны.

13. Найти объем пирамиды, построенной на векторах $\vec{a} = (-12; 2; -4)$, $\vec{b} = (-4; 2; 3)$, $\vec{c} = (-3; 4; -3)$.
14. Вычислите площадь области, ограниченной линиями $D: x = \sqrt{y}$, $y + x = 2$, $y = 0$.
15. Найдите объем тела, ограниченного заданными поверхностями: $x^2 + y^2 = 1$, $x + 2y + z = 10$, $z = 0$.
16. Вычислите интеграл $\iint_L y(2 - x^2)dx + x(3 + y^2)dy$, $L: x^2 + y^2 = 3$.
17. Исследуйте на сходимость ряд $\sum_{n \in \mathbb{N}} u_n$, если его общий член задан формулой $\frac{4n^3 - 1}{3n^5 + 2}$
18. Исследуйте на сходимость ряд $\sum_{n \in \mathbb{N}} u_n$, общий член которого задан формулой $\frac{\sin^5 n}{5^n}$.
19. Найдите область сходимости функционального ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{n^2} \sin^n x$
20. Вычислите интеграл $\int_0^{0,25} e^{-x^2} dx$ с точностью до 0,001.
21. Три независимых исследователя производят измерения физической величины. Вероятность ошибки при считывании с прибора – 0,1; 0,15 и 0,2. Найдите вероятность того, что хотя бы один исследователь ошибется.
22. При выборочном контроле вероятность того, что деталь не будет проконтролирована – 0,2. Найдите вероятность того, что среди 400 деталей непроверенными окажутся 90.
23. В урне белые и черные шары перемешаны в отношении 5:2. Шар вынимают, регистрируют и возвращают в урну. Составьте закон распределения числа белых шаров в выборке из трех шаров.
24. Непрерывная случайная величина задана функцией распределения

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < 0, \\ \frac{x^2}{4}, & 0 \leq x \leq 2, \\ 1, & x > 2. \end{cases}$$

Найдите числовые характеристики данной случайной величины.

2. Формы промежуточной аттестации

Зачёт по дисциплине проходит в период экзаменационной сессии в виде устного зачёта и заключается в ответе на вопросы к зачёту, содержащего 2 вопроса.

Примерный перечень вопросов для подготовки к зачёту

1. Двойные интегралы. Основные свойства.
2. Вычисление двойных интегралов.
3. Двойной интеграл в полярных координатах.
4. Тройные интегралы. Основные свойства.
5. Вычисление тройных интегралов.
6. Тройной интеграл в цилиндрических координатах.
7. Тройной интеграл в сферических координатах.
8. Криволинейные интегралы.
9. Вычисление криволинейных интегралов. Формула Грина.
10. Основные понятия теории вероятностей.
11. Классическое и статистическое определение вероятностей.
12. Формула полной вероятности. Формула Байеса.
13. Случайные величины. Числовые характеристики случайных величин.
14. Законы распределения случайных величин.
15. Нормальный закон распределения.

16. Равномерный закон распределения .
17. Показательное распределение.
18. Закон Пуассона.
19. Биномиальный закон распределения.
20. Предмет математической статистики.
21. Генеральная совокупность. Выборка. Вариационный ряд.
22. Гистограмма и полигон.
23. Статистические характеристики вариационных рядов: выборочная средняя, выборочная дисперсия
24. Моменты вариационного ряда
25. Точечные оценки параметров распределения генеральной совокупности.
26. Интервальные оценки параметров распределения генеральной совокупности.
27. Гипотеза о законе распределения генеральной совокупности.
28. Проверка гипотезы о законе распределения по критериям согласия:
29. Критерий Пирсона;
30. Критерий Колмогорова;
31. Критерий Стьюдента.
32. Корреляционный анализ.
33. Регрессионный анализ.
34. Дисперсионный анализ.
35. Постановка задачи линейного программирования.
36. Общая схема задачи линейного программирования.
37. Графический метод решения задач ЛП.
38. Определение оптимального плана.
39. Понятие о случайном явлении и событии.
40. Статистическое определение вероятности.
41. Пространство элементарных событий. События. Примеры.
42. Действия над событиями.
43. Классическое определение вероятности. Геометрическая вероятность.
44. Аксиоматическое определение вероятности.
45. Формула суммы вероятностей.
46. Условная вероятность события. Формула умножения вероятностей.
47. Формула полной вероятности.
48. Формулы Байеса.
49. Случайные величины. Дискретные случайные величины. Примеры.
50. Функция распределения и ее свойства. Вероятность попадания случайной величины в заданный интервал. Вероятность попадания случайной величины в точку.
51. Непрерывная случайная величина. Плотность распределения и ее свойства.
52. Математическое ожидание случайной величины и ее свойства.
53. Мода, квантили и медиана случайной величины.
54. Моменты случайной величины, коэффициент асимметрии и эксцесс.
55. Дисперсия случайной величины.
56. Биномиальное распределение. Формула Бернулли.
57. Распределение Пуассона. Понятие о простейшем потоке.
58. Равномерное распределение. Примеры.
59. Показательное распределение и его основное свойство.
60. Гамма-распределение.
61. Нормальное распределение. Функция Лапласа.
62. Понятие о центральной предельной теореме. Локальная и интегральная теоремы Муавра- Лапласа.
63. Системы случайных величин. Примеры. Функция распределения системы случайных величин и ее свойства.
64. Плотность распределения системы случайных величин и ее свойства. Выражение законов распределения отдельных случайных величин, входящих в систему, через закон распределения системы.
65. Стохастическая и функциональная зависимости случайных величин. Независимые случайные величины. Примеры.
66. Корреляционный момент и коэффициент корреляции и их свойства.
67. Условный закон распределения. Понятие о регрессии.

68. Линейная регрессия.
69. Задачи математической статистики. Генеральная совокупность и выборка.
70. Эмпирическая функция распределения.
71. Гистограмма распределения.
72. Выборочные моменты.
73. Получение оценок параметров распределения по методу моментов. Примеры.
74. Статистические оценки. Состоятельность, несмещенность и эффективность оценок. Оценки математического ожидания и дисперсии случайной величины.
75. Понятие о доверительном интервале. Доверительный интервал для математического ожидания и дисперсии случайной величины.
76. Понятие о статистической гипотезе.
77. Критерии согласия Пирсона и Колмогорова.
78. Корреляционная и регрессионная зависимости. Выборочная корреляция. Критерий независимости нормально распределенных случайных величин.
79. Выборочное уравнение прямой линии регрессии.

Экзамен по дисциплине проходит в период экзаменационной сессии в виде устного экзамена и заключается в ответе на вопросы экзаменационного билета, содержащего 2 вопроса.

Примерный перечень вопросов для подготовки к экзамену

1. Определители 2-го и 3-го порядка и их основные свойства.
2. Минор и алгебраическое дополнение. Разложение определителя по элементам строки или столбца.
3. Понятие об определителе n -го порядка. Его вычисление.
4. Системы линейных уравнений. Формулы Крамера.
5. Матрицы, их виды. Операции над матрицами и их свойства.
6. Обратная матрица. Ее вычисление.
7. Решение систем линейных уравнений с помощью обратной матрицы.
8. Ранг матрицы. Теорема Кронекера-Капели.
9. Метод Гаусса.
10. Векторы. Линейные операции над векторами и их свойства.
11. Орты, декартова система координат. Разложение вектора по ортам.
12. Скалярное произведение векторов. Его свойства и вычисление в декартовых координатах. Условие ортогональности векторов.
13. Векторное произведение векторов. Его свойства и вычисление в декартовых координатах. Условие коллинеарности векторов.
14. Смешанное произведение векторов. Его свойства и вычисление в декартовых координатах. Условие компланарности трех векторов.
15. Уравнение плоскости в нормальной, векторной и координатной форме.
16. Общее уравнение плоскости.
17. Условие параллельности и перпендикулярности плоскостей.
18. Векторное, каноническое и параметрическое уравнение прямой. Прямая как линия пересечения двух плоскостей.
19. Определение метрического пространства. Примеры.
20. Предел отображения. Предел последовательности, предел функции одной и многих переменных. Предел в бесконечно удаленной точке.
21. Бесконечно малые (БМ), бесконечно большие (ББ), ограниченные и отделимые от нуля величины. Их основные свойства. Основные свойства пределов.
22. Сравнение БМ и ББ. Эквивалентные БМ и ББ. Их свойства.
23. Первый и второй замечательные пределы. Их следствия. Таблица эквивалентных БМ.
24. Непрерывность отображения. Непрерывность числовой функции одной и многих переменных.
25. Односторонние пределы. Точки разрыва и их классификация. Свойства функций, непрерывных на отрезке.
25. Дифференциал отображения. Дифференциал и производная числовой функции одной переменной. Таблица производных.
26. Частные производные и полный дифференциал функции многих переменных. Производная и дифференциал сложной функции многих переменных. Производная неявной функции одной и многих переменных.

26. Производные и дифференциалы высших порядков для функции одной переменной. Частные производные и дифференциалы высших порядков для функции многих переменных.
27. Свойства функций, дифференцируемых на интервале: теоремы Роля, Лагранжа, Коши. Раскрытие неопределенностей по правилу Лопиталья.
28. Формула Тейлора для функции одной переменной. Представление по формуле Тейлора основных элементарных функций. Выделение главной части БМ с помощью формулы Тейлора.
29. Приложение формулы Тейлора к исследованию функции: возрастание, убывание, экстремумы; выпуклость, вогнутость, точки перегиба. Асимптоты плоских кривых.
30. Формула Тейлора для функции многих переменных. Локальные и условные экстремумы функции многих переменных.
31. Глобальные экстремумы функции многих переменных. Производная по направлению. Градиент.
32. Неопределенный интеграл и его свойства.
33. Определенный интеграл и его свойства.
34. Интеграл по мере области.
35. Вычисление определенного интеграла. Формула и Ньютона-Лейбница.
36. Интегрирование путем замены переменной и по частям.
37. Несобственные интегралы и их свойства.
38. Применение определенного интеграла в экономике.
39. Ряды с положительными членами.
40. Признаки сходимости рядов с положительными членами:
41. Даламбера, Коши- радикальный. Коши- интегральный, сравнения, необходимый признак.
42. Знакопеременные ряды. Теорема Лейбница.
43. Признаки сходимости знакочередующихся рядов.
44. Функциональные ряды. Область сходимости, равномерная сходимость.
45. Степенные ряды. Теорема Абеля. Интервал и радиус сходимости.
46. Ряд Тейлора. Разложение функций в ряд Тейлора.
47. Разложение элементарных функций в ряд Тейлора.
48. Обыкновенные дифференциальные уравнения. Основные понятия и задача Коши.
49. Дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными.
50. Линейные дифференциальные уравнения первого порядка.
51. Однородные дифференциальные уравнения первого порядка.

Примерная структура билета



Кафедра *Строительство*

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования «Самарский государственный технический
университет» (ФГБОУ ВО «СамГТУ»);
Филиал ФГБОУ ВО «СамГТУ» в г. Белебее Республики Башкортостан

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 1

по дисциплине (модулю) «Математика»

Курс 1

Код направления подготовки 38.03.02. *БФ СамГТУ*

1. Вычисление определенного интеграла. Формула и Ньютона-Лейбница.
2. Интегрирование путем замены переменной и по частям.

Составил:

Ст.преподаватель _____ И.А.Попова
(подпись)

« ____ » _____ 20__ г.

Утверждаю:

Зав. кафедрой _____ М.Е.Сапарёв
(подпись)

« ____ » _____ 20__ г.

Матрица соответствия оценочных средств запланированным результатам обучения

Таблица 6

Компетенция	Оценочные средства			
	Текущий контроль		Промежуточный контроль	
	Решение задач	Контрольная работа	Вопросы к зачёту	Вопросы экзаменационного билета
	Практические занятия		зачёт	Экзамен
	Разделы 1,2,3,4,5,6		Разделы 1,2,3,4,5,6	Разделы 1,2,3,4
ОК-6-I	З 1 (ОК-6)-I, У 1 (ОК-6)-I, У 2 (ОК-6)-I В 1 (ОК-6)-I, В 2 (ОК-6)-I		З 1 (ОК-6)-I, У 1 (ОК-6)-I, У 2 (ОК-6)-I В 1 (ОК-6)-I, В 2 (ОК-6)-I	

4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций.

Практически учебная дисциплина призвана формировать общекультурные (ОК-6) компетенции поэтапно:

1-й этап: оценивание уровня достижения каждого из запланированных результатов обучения – дескрипторов (знаний, умений, владений) в соответствии со шкалами и критериями, установленными картами компетенций ОП (Приложение к ОП 1). Экспертной оценке преподавателя подлежат уровни сформированности отдельных дескрипторов, для оценивания которых предназначена данная оценочная процедура текущего контроля или промежуточной аттестации согласно матрице соответствия оценочных средств, результатам обучения по дисциплине (раздел 3.3 Фонда оценочных средств).

2-й этап: интегральная оценка достижения обучающимся запланированных результатов обучения по итогам отдельных видов текущего контроля и промежуточной аттестации.

Характеристика процедур текущего и итогового контроля по дисциплине

Таблица 7

№	Наименование оценочного средства	Периодичность и способ проведения процедуры оценивания	Методы оценивания	Виды выставляемых оценок	Способ учета индивидуальных достижений обучающихся
1.	Решение задач	систематически на практических занятиях письменно	экспертный	По пятибалльной шкале	рабочая книжка преподавателя
2.	Контрольная работа	систематически на практических занятиях письменно	экспертный	По пятибалльной шкале	рабочая книжка преподавателя
3	Вопросы к зачёту	систематически на практических занятиях устно	экспертный	По пятибалльной шкале	рабочая книжка преподавателя ведомость, рабочая книжка преподавателя зачетная книжка
4.	Вопросы экзаменационных билетов	по окончании изучения дисциплины устно	экспертный	По пятибалльной шкале	ведомость, рабочая книжка преподавателя зачетная книжка

**Аннотация рабочей программы дисциплины (модуля)
Б1.Б.02.01 Математика**

Направление подготовки (специальность)	38.03.02 Менеджмент
Направленность (профиль)	Экономика и управление на предприятиях топливно-энергетического комплекса
Квалификация	Бакалавр
Форма обучения	Заочная
Выпускающая кафедра Кафедра-разработчик	Менеджмент Строительство

Курс	Час. /з.е.	Лекции, час.	Лаб.раб, час.	Практ. зан., час.	КСР	СРС	Контроль	Форма контроля
1	432/12	8	-	12	12	387	13	Зачёт/Экзамен
2	144/4	4		4	4	128	4	Зачёт
Итого	576/16	12	-	16	16	515	17	Зачёт/Экзамен/Зачёт

Дисциплина (модуль) относится к базовой части учебного плана.

Дисциплина нацелена на формирование следующих компетенций:

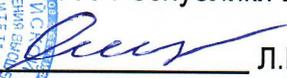
Общекультурные:	
ОК-6	Способность к самоорганизации и самообразованию.

Преподавание дисциплины предусматривает следующие формы организации учебного процесса: лекции, практические занятия, самостоятельная работа студента.

Программой дисциплины предусмотрены следующие виды контроля: текущий контроль успеваемости в форме решения задач, выполнения контрольной работы, по практическим занятиям и промежуточный контроль в форме зачёта и экзамена.



УТВЕРЖДАЮ
Директор филиала ФГБОУ ВО «СамГТУ»
в г. Белебее Республики Башкортостан


Л.М. Инаходова
26 мая 2022 г.

Дополнения и изменения к рабочей программе дисциплины (модуля)

Б1.Б.02.01 Математика

по направлению подготовки 38.03.02 «Менеджмент», профилю подготовки «Экономика и управление на предприятиях топливно-энергетического комплекса»

В рабочую программу вносятся следующие изменения:

13) Пункт 3 Фондов оценочных средств п. 3.2 Формы промежуточной аттестации дополнить разделом «Типовые задания для проведения промежуточной аттестации».

Разработчик дополнений и изменений:

старший преподаватель
(должность, степень, ученое звание)



(подпись)

И.А. Попова

(ФИО)

Дополнения и изменения рассмотрены и одобрены на заседании кафедры
26 мая 2022 г., протокол № 4.

Заведующий кафедрой



(подпись)

А.А. Цынаева

(ФИО)

Типовые задания для проведения промежуточной аттестации

Компетенции:

ОК-6 способность к самоорганизации и самообразованию

Номер задания	Вопросы теста	Компетенция	Время выполнения задания, мин
1	Найти значение определителя второго порядка $\begin{vmatrix} -1 & -11 \\ 5 & 3 \end{vmatrix}$	ОК-6	2
2	Выполнить действия над матрицами А-В. $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 4 \\ -4 & 5 & 1 \end{pmatrix}$ Варианты ответов: а) $\begin{pmatrix} 1 & 3 & -5 \\ 8 & 0 & 5 \end{pmatrix}$ б) $\begin{pmatrix} 0 & 3 & 1 \\ 8 & 1 & 4 \end{pmatrix}$ в) $\begin{pmatrix} -1 & 3 & 0 \\ 8 & 0 & 5 \end{pmatrix}$	ОК-6	4
3	Найти производную функции $y = 2x^3 - x + 10$ Варианты ответов: а) $4x^2 + 1$ б) $6x^2 - 1$ в) 10	ОК-6	2
4	Вычислить предел функции $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{7x-4}{x^2+5} \right)$	ОК-6	4
5	Решить дифференциальное уравнение $y' = x$, $y' = \frac{dy}{dx}$ Варианты ответов общего решения у: а) $\frac{x^3}{3} + c$; б) $x + c$; в) $\frac{x^2}{2} + c$.	ОК-6	2
6	Правило сложения дисперсий выражается формулой: а) $\sigma^2 = \overline{X^2} - \overline{X}^2$; б) $\sigma^2 = (m_2 - m_1^2)k^2$; в) $\sigma_{общ}^2 = \sigma_i^2 + \delta^2$; г) $\sigma_{общ}^2 = \frac{\delta^2}{\sigma_i^2}$.	ОК-6	4
7	Если радиус окружности $x^2 + (y - 2)^2 = 25$, то ее кривизна $\frac{1}{R}$ равна:	ОК-6	2
8	Поверхность определяется уравнением $8x - y + 4z + 10 = 0$ является...	ОК-6	2
9	Формулы для расчета дисперсии признака: а) $\frac{\sum x - \bar{x} m}{\sum m}$;	ОК-6	4

	б) $\frac{\sum x - \bar{x} }{n}$; в) $\frac{\sum (x - \bar{x})^2}{n}$; г) $\frac{\sum (x - \bar{x})^2 m}{\sum m}$.		
10	Найти произведение матриц $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 4 & 5 \end{pmatrix}$, $E = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $A \cdot E$ Варианты ответов: а) $\begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -4 & -5 \end{pmatrix}$; б) $\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 4 & 5 \end{pmatrix}$; в) $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$	ОК-6	4
11	Дано дифференциальное уравнение $(2x^2 + xy)dx + xdy = 0$, оно является... Варианты ответов: а) однородным. б) д/у с разделяющимися переменными. в) линейное 1го порядка (уравнение Бернулли).	ОК-6	4
12	Найти значение неопределенного интеграла $\int \frac{dx}{2x}$ Варианты ответов: а) $\ln x + c$; б) $\frac{1}{2} \ln x + c$; в) $2 \ln x + c$;	ОК-6	4
13	Найти значение определенного интеграла $\int_0^1 (x^2 + x - 7) dx$	ОК-6	4
14	Вычислить производную функции в точке $x_0 = -1$, если $y = x^2 + 5x - 6$.	ОК-6	4
15	Необходимое условие сходимости числового ряда предел n-ого члена равен ____	ОК-6	4